"LA MATEMÁTICA HERMOSA SE ENSEÑA CON EL CORAZÓN"

Claudi Alsina

Esta conferencia trata de la "matemática emotiva" y va dirigida muy especialmente a "corazones pitagóricos", con la esperanza de que sea posible poder juntar, en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, rigor y sentimientos, verdades y emociones, recuperando así para el noble oficio de educar matemáticamente la dimensión pasional que nunca debió perderse.

¿Qué harían sin las matemáticas y sin nosotros?

Pongan un poco de imaginación. Todos nosotros en un arca o en una nave espacial, alejándonos de "ellos" y diciendo "¡Adiós! Hasta siempre, que les vaya bien"... y en el arca o en la nave todos los libros de matemáticas, los elementos de computación, las calculadoras, las reglas, los compases, los números, las gráficas, los teoremas, los conceptos y los métodos....

Todos nosotros juntos en la lejanía pero cuidando de nuestro gran tesoro... las reacciones mundiales serían inmediatas. Si bien en un primer momento las noticias podrían ser curiosas ("Se fueron todos los profesores de matemáticas", "¡Qué alivio!", "¿Volverán?", "¡Adiós al fracaso escolar!", "Un mundo sin números"...) y las reacciones de algunos chicos y chicas podrían ser preocupantes ("Ya era hora", "¿De verdad?", "¿Seguro que se fueron?",...) pero pronto la parálisis mundial se produciría: billetes sin cifras, sastres sin cintas de medir, termómetros sin escalas, cajeros sin posibilidades de contar, enfermeras sin fármacos medibles, electrocardioagramas sin curva, loterías

sin números, coches sin velocímetro,... recuerden que en este escenario no estamos "ni nosotros ni ellas"... seguramente en pocos minutos gran parte de la humanidad quedaría colapsada y pronto empezaríamos a recibir mensajes insistentes pidiendo ayuda ("vuelvan rápido", "si quieren irse ustedes váyanse pero que ellas regresen", "ellas no son solo suyas",...).

A partir de este momento podrían darse dos situaciones posibles: si nosotros decidiéramos no regresar la humanidad empezaría de nuevo a desarrollar matemáticas para su dinero, sus vestidos, sus termómetros, sus cajas, sus fármacos, sus aparatos, sus loterías, sus coches,... y de nuevo surgirían otros como nosotros pero con un larguísimo camino por recorrer. La otra situación, mucho más posible que la anterior, sería nuestro inmediato regreso. Seguramente lo aprovecharíamos para negociarlo ("¿vale el doble?", "¿ocho horas semana?",...) pero el recibimiento sería apoteósico ("¡Gracias!", "¡Nunca debieron irse!", "¡Regresen!",...).

La moraleja de este caso es que quizás estaría bien **que supiéramos transmitir a los demás la importancia de nuestra disciplina y de nuestra labor**, haciendo ver lo positivo y lo negativo, para lo que sirven las matemáticas y para lo que no, la diferencia entre el autoaprendizaje y la guía docente...

Inteligencia racional y inteligencia emocional

Siguiendo a Daniel Goleman (Goleman, 1996) podemos decir que hay en todos nosotros dos mentes, una mente que "piensa" y otra mente que "siente". Por una parte la racionalidad, la comprensión de las cosas, la meditación sobre los hechos, la ponderación y reflexión de lo que vemos. Por otra parte, las emociones, efímeras o estables, que son la base de los sentimientos, de los estados afectivos. "Nuestra mente" es en realidad el resultado de la interacción entres estas dos mentes, o como

se ha dicho simbólicamente, "la cabeza y el corazón".

Estudiando, enseñando o yendo por la vida ponemos en juego una fina síntesis de lo que la inteligencia racional nos dicta y de lo que la inteligencia emocional nos sugiere. Afrontamos la realidad y le damos respuesta empleando a la vez estas dos formas de inteligencia.

Matemáticas y inteligencia racional

Saber matemáticas se ha convertido, a veces, en una forma de exhibir la inteligencia racional, incluso una forma de medirla. Así muchos coeficientes de inteligencia hacen servir el ligamen matemática-racionalidad de forma directa o indirecta. Absurdas cuestiones matemáticas como "siga la serie 8, 80, 81,..." siguen formando parte de muchos tests, que curso a curso, rellenan nuestros escolares.

Siguiendo (Tall, 1991) querríamos hacer una breve referencia aquí al hecho de que *la inteligencia racional presenta de hecho dos formas de pensar*. Sin entrar ni en los aspectos anatómicos ni fisiológicos de los hemisferios izquierdo y derecho del cerebro humano (Glennon, 1980) ni en su especialización concreta o complementariedad (Gazzaniga, 1985) querríamos recordar aquí que por una parte tenemos una forma de pensamiento: *verbal, gestual, lógica, analítica, lineal, secuencial,...* con capacidades evidentes para la identificación de conceptos, la expresión, la deducción paso a paso, la argumentación lógica,... Pero, a la vez, tenemos una forma de pensamiento: *visual-espacial, analógica, intuitiva, sintética, de procesamiento múltiple y simultaneo*,... con capacidades para ver, comunicar, relacionar, identificar estructuras, entender metáforas, establecer analogías, etc.

Matemáticas y inteligencia emocional

Las clases de matemáticas han provocado, a menudo, emociones más

negativas que positivas, situación a la que sin duda se ha de dar la vuelta. Esta emotividad positiva que el "hacer" matemáticas despierta en muchos de nosotros y en una parte de nuestros estudiantes se debería extender a una mayoría, sin olvidar a la sociedad en general. Podríamos recordar aquí la famosa sentencia de Antoine de Saint-Exupéry

> "Solo se puede ver correctamente con el corazón;
> lo esencial permanece invisible para el ojo".

y preguntarnos si las matemáticas también pueden jugar bien con el mundo emocional, haciendo desaparecer los aspectos negativos y profundizando en los positivos:

(i) Emociones negativas que se han de combatir

En el mundo de las emociones de tipo básico encontramos un conjunto de emociones que podríamos denominar negativas: ira, tristeza, miedo, aversión, vergüenza,... y sus emociones derivadas tales como: indignación, hostilidad, animosidad, pesimismo, melaconlía, depresión, ansiedad, preocupación, pánico, desprecio, antipatía, disgusto, remordimiento, culpa,...

Es evidente que si el aprendizaje o la enseñanza de las matemáticas provocan alguna emoción negativa (o bien se ha de hacer en presencia de algunas de estas emociones) entonces "la mente emocional" *bloqueará* a la "mente racional", haciendo imposible el progreso docente.

(ii) Emociones positivas que se han de fomentar

En el mundo de las emociones básicas también encontramos un conjunto de emociones que denominaremos positivas: alegría, amor, sorpresa, felicidad, deleitamiento, diversión, satisfacción, euforia, cordialidad, confianza, enamoramiento,

admiración,... Estas son las emociones y sensibilidades que seria bueno cultivar en el contexto de la educación matemática. Pero la imagen popular acostumbra, precisamente, a *contraponer* el hacer matemáticas como paradigma de actuación exenta de emotividad.

Matemáticas y sorpresa

La "sorpresa" en clase de matemáticas no ha de tener un sentido de sobresalto o desconcierto pero sí que puede tener el sentido de sorprender, de incrementar la atención o crear un sentimiento participativo de admiración y satisfacción, un "¡ajá!" o un "¡eureka!". Distinguiremos diversos tipos de sorpresas:

· Sorpresa ante la belleza y las características de un objeto matemático

Podemos provocar sorpresa tanto con objetos reales que participen de principios matemáticos (mosaicos, calidoscopios, poliedros, diseños minimales,...) como con objetos matemáticos abstractos de ingeniosas propiedades (funciones, algoritmos,...).

· Sorpresa ante la genialidad de una argumentación o razonamiento

Como en las buenas películas de intriga donde intuitivos detectives nos dejan boquiabiertos con razonamientos que resuelven intrincados casos, en las clases de matemáticas podemos gozar de la sorpresa de ingeniosos razonamientos, los cuales a menudo no acostumbran a ser flor de un día sino auténticos métodos que podemos incorporar a nuestro maletín de estrategias.

· Sorpresa ante la visualización de un problema

Entender hechos matemáticos a partir de imágenes puede producir una sorpresa gratificante a la mente y al cuerpo a la vez.

· Sorpresa ante la aparición de una solución inesperada

En la vida puedes llegar a lugares o situaciones imprevisibles. En el mundo de las matemáticas también.

· Sorpresa ante el vínculo imprevisible entre dos técnicas, dos conceptos o dos ramas del conocimiento

Unir o relacionar cosas que creíamos alejadas o sin ningún vínculo produce siempre una sorpresa positiva. En matemáticas también sucede esto cuando con geometría resolvemos un problema de números o un teorema de un tema y de golpe se convierte en la clave en otro tema alejado.

Matemáticas y alegría

La diversión, alegría o euforia en matemáticas van ligadas, a menudo, a actividades extra-escolares en lo que se denomina la matemática recreativa. En la clase se puede dar una diversión totalmente ajena a la disciplina provocada por una explicación, un chiste, una anécdota o un hecho cómico. Pero lo que aquí nos interesa es el caso en que estudiantes y profesorado se **diviertan haciendo matemáticas**. Haremos un pequeño análisis de formas de diversión.

· Diversión derivada de la dinámica de clase

El como organizamos la dinámica a clase será determinante de muchas actitudes. Sabemos que lo que divierte es la participación activa, el carácter lúdico de

las presentaciones... se ha de aprovechar.

· Diversión derivada del uso de material

Tableros, dominós, cartas, cubos, dados,... hay mil materiales lúdicos que pueden readaptarse para enseñar matemáticas. La diversión del juego se traspasa entonces automáticamente a la del tema que se trabaja.

· Diversión asociada al uso tecnológico.

Sería muy interesante la existencia en el mercado de juegos de ordenador válidos para aprender matemáticas más allá del puro placer de "pasatiempos". Una simple calculadora puede ser muy divertida si se usa apropiadamente.

· Diversión derivada de la forma de presentación

Un mismo tema puede ser ambientado o introducido de formas muy diversas, las cuales pueden ser tan divertidas que automáticamente se vuelven motivadoras.

· Diversión derivada de la situación problemática analizada

Especialmente en los enunciados de problemas la elección de un buen argumento o situación para presentar el problema puede ser determinante de cara, incluso, a proporcionar el interés necesario para resolver bien la cuestión planteada.

Matemáticas y confianza

La confianza que se ha de adquirir en matemáticas es, por encima de todo, la confianza en uno mismo, en dominar los conceptos, las habilidades, los recursos, las estrategias. Es un problema de autocredibilidad con la propia actuación y una

herramienta esencial en el éxito ante la evaluación. Querríamos ahora remarcar algunos instrumentos docentes para promover la confianza:

· Confianza derivada de la repetición

El desconocimiento o los primeros ensayos pueden generar inseguridad. Las repeticiones exitosas aportan confianza. Todo esto vale tanto para aparcar un coche como para resolver una ecuación. Por ello la resolución de problemas se vuelve enseñable.

· Confianza derivada de la comprobación

Al verificar si se ha obtenido lo que se deseaba o si lo que ha salido es creíble o adecuado uno experimenta una sensación de confianza en lo que se ha hecho. Es paradigmática la situación típica en el final de la resolución de un problema cuando se ha de verificar si todo lo que se ha obtenido es bueno o está bien.

· Confianza derivada de la evaluación global

Cuando los estudiantes saben que no se juegan su evaluación en un solo examen sino que en esta intervienen muchos factores (trabajos hechos, intervenciones, resúmenes, proyectos, pruebas,...) experimentan una mayor confianza en superar la asignatura. Es el efecto de la evaluación continuada que por definición ha de ser compensatoria.

· Confianza derivada de la no-evaluación

La presión que significa la presencia de una continuada evaluación (que algunos confunden con evaluación continua!) puede hacer perder la confianza en buscar

soluciones imaginativas o discutir los problemas o plantear temas de debate.

· Confianza derivada de la colaboración

El trabajo en equipo da confianza a todos los integrantes del equipo ya que cada uno "confía" un poco en los demás durante la realización del trabajo.

Matemáticas y satisfacción

La "satisfacción" en matemáticas puede manifestarse a través de muchos mecanismos tanto personales como temáticos. Algunos tipos interesantes de situaciones satisfactorias son los siguientes:

· Satisfacción proveniente de la cordialidad

El trato cordial, estimulante, puede dar satisfacción emocional y por tanto asegurar un clima en el que sea más agradable trabajar.

· Satisfacción proveniente del trabajo bien hecho

Hacer un buen modelo de cartulina, tomar medidas suficientes, hacer un mapa a escala, ampliar un dibujo un 70% a la fotocopiadora... hay muchas actividades que serán satisfactorias de hacer si dan lugar a un buen producto o resultado final. Problemas inacabables, modelos no encajables, etc., son motivo de insatisfacción.

· Satisfacción proveniente de observar las consecuencias de lo que se ha hecho

Acabar un trabajo y ver que sirve para los demás (ni que sea potencialmente) da la satisfacción de la utilidad.

· Satisfacción proveniente del reconocimiento

Finalizar una tarea y poderla enseñar da la doble satisfacción personal de haberlo hecho y de que guste a los demás. Se ha de reconocer siempre aquello que vale la pena.

· Satisfacción derivada del propio entendimiento

No es necesario decir que la autosatisfación es el primer objetivo a lograr. Y en el caso de entender cosas este es un objetivo prioritario.

Matemáticas y amor

Las palabras amor, estimación, enamoramiento, felicidad, como descritoras de un estado emocional característico, también pueden ir ligadas al aprendizaje y a la enseñanza de las matemáticas, especialmente de la mano del entusiasmo. Algunas situaciones tipificables serían:

· Estimación ligada al propio conocimiento

Aquello que se conoce tiene posibilidades de ser amado. El profesorado ha de amar a la gente que tiene delante; estos al profesorado pero el propio conocimiento de la materia también ha de provocar estimación. Podemos escribir poemas, canciones, enmarcar un dibujo,...

· Estimación ligada a aspectos convivenciales

Educar bien es facilitar un viaje guiado que sea placentero y compartir. Compartir un viaje, una excursión, una visita,... romper los roles tradicionales del "yo enseño" y "tú aprendes", ver la gente fuera del contexto institucional puede asegurar un

amor a aquello que se hace y con quien se hace. Podemos, por ejemplo, planificar un viaje de fin de curso matemáticamente (escoger itinerarios mínimos, optimizar precios, mirar mapas,...) y entonces... ¡hacer el viaje.

· Estimación relacionada con agradecimiento

Al tratar a la gente con buen juicio y sensibilidad es posible obtener un sentimiento de amor en cierta medida asociado al agradecimiento. Sensibilidad para la salud, para la situación familiar, para los problemas personales... y sensibilidad para facilitar que progresen, que tengan éxitos, que se orienten...

· Estimación relacionada con la pasión

Apasionarse por las matemáticas es posible. Cuando se logra se da una profunda estimación. Se ha de estimular esto: que las horas no cuenten, que el interés sea máximo. Puede ser difícil pero al menos el profesorado si que ha de exhibir su pasión, haciendo ver lo bien que se lo pasa haciendo lo que hace.

· Estimación relacionada con el recuerdo

Los estudiantes se convierten en gente mayor y entran en el mundo adulto de los que fueron sus profesores/as. Entonces pueden encontrar en los buenos recuerdos incluso un amor por las matemáticas no manifestado antes. Asegurar este buen recuerdo es influir también en el futuro.

Una carta y tres sueños

Estimado profesorado de matemáticas:

Hace tiempo que deseo dirigirles esta carta. He oído hablar mucho de ustedes y

de lo que hacen. Tengo noticias respecto a los fascinantes y asombrosos avances de su querida matemática. He visto mil calculadoras liberadoras de los antiguos algoritmos manuales; he visto maravillosos programas de ordenador interactivos y visualizadores de sorprendentes relaciones; he visto magníficos libros de texto ilustrados a todo color; he visto como Fermat se ha quedado sin conjetura... ¡Qué saltos en el desarrollo de la disciplina! Todo esto es maravilloso y es una evidencia del progreso científico y técnico.

Pero, querido profesorado de matemáticas me pregunto si su progreso científico y organizativo ha ido acompañado con su progreso humano, educativo, emocional y actitudinal...

¿Aman más las matemáticas los chicos y chicas hoy en día? ¿se divierten más? ¿las aprueban más fácilmente? ¿tienen una actitud más positiva? ¿las usan con naturalidad fuera de clase? ¿son más felices usándolas?... y el profesorado, ¿disfruta más haciendo clase? ¿recibe el reconocimiento que merece su labor? ¿selecciona críticamente lo que explica o lo que deja de explicar?... ¿y la sociedad? ¿valora justamente la formación matemática? ¿se hace eco de lo que avanza la matemática? ¿usa las herramientas que la escuela le da? ¿financia la calidad?

Nosotros sembramos a largo plazo. Los campesinos lo hacen para labrar con la llegada del buen tiempo siguiente. Nosotros sembramos para siempre y del patrimonio que ponemos al alcance de todos no reclamamos ni admiración ni veneración de ningún tipo. Queremos que nuestros discípulos hagan suyo el amor por las matemáticas y que aprovechen para su vida la formación recibida. Y queremos que lo hagan sin mirar atrás. De la misma manera que con las letras y la gramática se dan instrumentos para hablar y escribir, para hacer poemas y cartas, querríamos con los números y la matemática dar instrumentos para calcular y representar, para pagar y cobrar, para votar y para leer, para entender y para arreglar... las matemáticas para la

vida no son el recuerdo que guardarán de nosotros sino todo aquello que harán de ellas en su existencia como personas, como ciudadanos, como críticos, como demócratas, como padres, como peatones, como practicantes del bricolage, como ahorradores, como lectores, como pacientes,...

Querríamos que nuestros discípulos de hoy fuesen también unos padres y madres que supiesen transmitir a sus hijos e hijas el entusiasmo contagiado por nuestro magisterio.

Con esta fé en nosotros mismos y en lo que hacemos, seguro que podremos mover montañas y transmitir lo que realmente queremos que no son teoremas viejos sino matemáticas vivas, que no son algoritmos sino formas de ver y entender el mundo... matemáticamente.

Y recordando Martin Luther King Jr. yo también quiero decir que:

"¡Hoy, he tenido un sueño!"

He soñado que el alumnado de matemáticas de repente se entusiasmaba por ir a las clases y que cuando sonaba el timbre entonces decían contrariados: no ¿podríamos alargar un poco más la clase?... los he soñado haciendo geometría con las manos y estadísticas en la calle, leyendo un diario con pertinentes observaciones... los he soñado abrazados llorosos a sus maestros/as al acabar el curso y sacando provecho de todo lo aprendido para planificar un buen viaje... he soñado a los chicos y chicas divertidos, sorprendidos, curiosos, amorosos, satisfechos, inquisitivos, orgullosos, críticos, afables,...

"¡Hoy, he tenido un sueño!"

He soñado que el profesorado de matemáticas se volvía menos riguroso y más tierno, que relativizaba las programaciones oficiales, que evaluaba teniendo en cuenta todas las dimensiones educativas y enterraba las viejas rutinas de selección, que tenía

ganas locas de ir al aula y afuera para vivir las matemáticas, que buscaba más ejemplos que contraejemplos, que el profesorado salía a la calle orgulloso y era saludado con cordial aprecio por todos... he soñado un profesorado innovador, animado, entusiasmado, crítico, libre, reconocido, estimado, creativo, gratificado,...

"¡Hoy, he tenido un sueño!"

He soñado que la sociedad prestaba más atención a la formación que al entretenimiento, que promovía más la educación viva que la cultura de museo, que daba las gracias a tantos profesores y profesoras que se lo merecen, que ayudaba y no delegaba la educación de los chicos y chicas,... y en esta sociedad he visto políticos más preocupados de la actuación en clase que de los decretos reguladores, políticos que inauguraban nuevas dotaciones de materiales y no edificios, que apoyaban iniciativas innovadoras y no derechos adquiridos, que luchaban contra el paro desde la formación y no el subsidio... he soñado una sociedad estimulante, comprensiva, agradecida, incentivadora, comprometida, justa, abierta, preparada,...

.....

Ya ven que he tenido muchos sueños. Si quieren pueden llamarlo también utopías. Nosotros hemos de "continuar trabajando apasionadamente y vigorosamente por hacer posible que los sueños sean realidades". Nuestros sueños de hoy son nuestros retos para mañana.

También nosotros, profesorado de matemáticas, tenemos derecho a hablar de ideales, y de amor y de vida, y de futuro y de colores, y de horizontes y de estrellas. Nosotros no somos únicamente los portavoces de axiomas indiscutibles y verdades racionales. Nosotros somos apasionados por las matemáticas y por compartir esta pasión con los demás. Nosotros creamos ilusión y estímulo, sorpresa y alegría desde la generosidad de nuestro decidido amor por el progreso y la formación de las

personas. La matemática rigurosa se enseña con la mente, la matemática hermosa se enseña con el corazón. ¡Sean felices!

Claudi Alsina

Sec. Matemáticas. E.T.S.A.B.

Univ. Politècnica de Catalunya

Avda. Diagonal 649. 08028 Barcelona